



بررسی خرابی در سازه ها با استفاده از نمودارهای تابع پاسخ فرکانس

پیمان ترکزاده^۱، مجتبی خمسه^۲، یونس گودرزی^۳

۱- استادیار بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی کرمان

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی کرمان

torkzadeh@mail.uk.ac.ir

خلاصه

امروزه روش های نوینی برای شناسایی خرابی در سازه ها ابداع شده و یک روش مفید و کارا در این زمینه، ارزیابی های غیر مخرب ارتعاشی می باشد. در این تحقیق، بررسی خرابی در سازه ها بر اساس تغییر مشخصات دینامیکی انجام شده و در این راستا از ویژگی های منحصر به فرد هر سازه نظیر اشکال مودی و فرکانس های طبیعی استفاده شده است. در این راستا، یک الگوریتم عیب یابی با استفاده از مدل تحلیلی سازه های سالم و آسیب دیده ارائه می شود. این روش یکی از روش های غیر مخرب جهت تعیین خرابی در سازه ها می باشد. بدین منظور، ابتدا با کمک اصول دینامیک سازه ها، تابعی تحت عنوان تابع پاسخ فرکانس (FRF) تعریف شده، سپس اطلاعات FRF سازه های آسیب دیده و سالم مورد تحلیل قرار گرفته و در نهایت با بررسی تغییرات این اطلاعات، مکان آسیب شناسایی می شود. جهت نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، مثال های عددی ارائه شده که نتایج بیانگر دقت و عملکرد مناسب روش پیشنهادی برای شناسایی خرابی در سازه ها می باشد.

کلمات کلیدی: خرابی، پاسخ دینامیکی، تابع پاسخ فرکانس، نمودار تغییرات FRF، سازه خرابی.

۱. مقدمه

یک سازه پس از گذشت زمان و در اثر نوع کاربری و یا اعمال بارگذاری های بیش از مقادیر منظور شده در طراحی، ممکن است دچار خستگی و آسیب هایی شود. در صورت عدم اصلاح این آسیب ها، خرابی در سازه گسترش یافته و در نهایت باعث از بین رفتن آن می گردد. بنابراین لزوم شناسایی محل و مقدار خرابی در سازه ها بسیار حائز اهمیت است. با استفاده از روش های عیب یابی سازه می توان مکان های خرابی در سازه آسیب دیده را شناسایی نمود و بدین ترتیب با انجام اقدامات لازم، از گسترش آسیب در اعضای مختلف سازه جلوگیری کرد و عمر سازه را افزایش داد. در این راستا روش های غیر مخرب به دلیل کم هزینه و اقتصادی بودن، دارای اهمیت ویژه ای هستند که ضرورت این تحقیق را بیش از پیش آشکار می نماید. علاوه بر این، می توان با پیش بینی مکان های ضعف سازه، عملیات بهینه ای جهت ترمیم و بهسازی آن در برابر زلزله انجام داد. بدین صورت که با شناسایی محل های ضعف سازه و ترمیم فقط همان قسمت آسیب دیده، می توان از صرف هزینه های زیاد و بعضاً غیر عملی جهت ترمیم کل سازه جلوگیری نمود.

با توجه به اینکه سختی سازه در اثر خرابی تغییر می کند، متعاقباً رفتار سازه نیز دچار تغییراتی شده و با استفاده از این خصوصیت می توان به شناسایی خرابی در سازه ها پرداخت. جهت بررسی خرابی در سازه ها، روش های دینامیکی مختلفی مطرح می شود که از بین آنها روش تابع پاسخ فرکانس^۱ (FRF) نتایجی با اطمینان بیشتر نسبت به روش های سنتی تحلیل مودال در بردارد. در زمینه عیب یابی سازه ها بر اساس مشخصات دینامیکی، تحقیقات زیادی صورت گرفته است. کاوولی و آدامز اولین کسانی بودند که به شناسایی آسیب با استفاده از روش های دینامیکی پرداختند [۱]. آنها در سال ۱۹۷۹ یک فرمول بندی برای پیدا کردن آسیب در مواد کامپوزیت بر اساس اطلاعات فرکانس های طبیعی تهیه کردند. یوئن نیز در سال ۱۹۸۵ رابطه ای بین محل و مقدار آسیب در اثر تغییرات مقادیر و بردار های ویژه برای یک تیر کنسولی ارائه داد [۲]. او در این مطالعه فرض کرده بود که آسیب در سازه فقط روی ماتریس سختی تاثیر گذار است. در سال ۱۹۹۴ کو و همکارانش روشی بر اساس آنالیز حساسیت و تحلیل مودال برای سازه های فولادی ارائه نمودند [۳]. روش منحنی تغییرات FRF یکی از روش های مبتنی بر نتایج اطلاعات FRF بوده که تفکر اولیه آن در سال ۱۹۹۹ توسط سمپایو و همکارانش ارائه شد [۴]. در این روش محل آسیب در سازه هایی با چند محل خرابی قابل تشخیص بوده که از مزایای آن به شمار

¹ Frequency Response Function

می رود. در واقع این روش تعمیم یافته روشی بود که در سال ۱۹۹۱ توسط پندی و همکارانش بر اساس منحنی اشکال مودی^۱ ارائه شده بود [۵]. همچنین در سال ۲۰۰۲ روشی توسط لی و شین بر اساس تابع پاسخ فرکانس جهت شناسایی آسیب در یک سازه تیر ارائه گردید که در آن، آسیب در عرض تیر به کمک یک تابع توزیع خرابی مشخص می شود [۶].

در این تحقیق، خرابی سازه ها با استفاده از ماتریس هسیان تابع پاسخ فرکانس مورد بررسی قرار گرفته [۷] و در این راستا از روش عددی تفاضلات محدود برای ماتریس هسیان استفاده می شود. بدین ترتیب که با توجه به فرمول بندی انجام گرفته بر اساس اصول دینامیک سازه ها، تابع پاسخ فرکانس تعریف شده و در ادامه با روش های تئوری، اطلاعات FRF سازه محاسبه و پس از برآورد ماتریس هسیان تابع پاسخ فرکانس، نمودار تغییرات هسیان FRF را برای سازه های سالم و آسیب دیده رسم نموده و در نهایت با توجه به نمودار تغییرات هسیان FRF، محل خرابی در سازه ها تشخیص داده می شود.

۲. اصول دینامیک سازه ها و تابع پاسخ فرکانس (FRF)

بر اساس اصول دینامیک سازه ها، معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار دینامیکی سازه های چند درجه آزادی^۲ (MDOF) از مرتبه دوم بوده و به صورت زیر نمایش داده می شود [۸]:

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = F(t) \quad (1)$$

در رابطه فوق M ، C و K به ترتیب ماتریس های جرم، میرایی و سختی سازه بوده و $\ddot{X}(t)$ ، $\dot{X}(t)$ و $X(t)$ به ترتیب بردارهای شتاب، سرعت و جابجایی سازه در لحظه t می باشند. همچنین $F(t)$ بردار نیروهای وارده در درجات آزادی سازه است.

اگر نیروی وارد بر سازه به صورت هارمونیک در نظر گرفته شود، این نیرو و جابجایی سازه در هر لحظه t با استفاده از تبدیل فوریه به صورت زیر نوشته می شود [۹]:

$$F(t) = F(w)e^{iwt} \quad (2)$$

$$X(t) = X(w)e^{iwt} \quad (3)$$

در رابطه فوق، w فرکانس بار محرک و $X(w)$ و $F(w)$ به ترتیب جابجایی و نیروی وارد بر سازه در حوزه فرکانس می باشند. با جایگذاری روابط (۲) و (۳) در رابطه (۱) داریم:

$$X(w) = H(w).F(w) \quad (4)$$

در رابطه فوق، $H(w)$ پاسخ سازه در حوزه فرکانس بوده و به عنوان تابع پاسخ فرکانس (FRF) تعریف می شود. تابع پاسخ فرکانس به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$H(w) = \frac{1}{1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2 + i2\zeta_k \left(\frac{w}{w_n}\right)} \quad (5)$$

در رابطه فوق، w_n فرکانس طبیعی سازه، ζ_k نسبت میرایی سازه و i برابر $\sqrt{-1}$ می باشد.

برای سیستم های چند درجه آزادی، تابع پاسخ فرکانس برای درجات آزادی i و j از روابط (۱)، (۲) و (۳) به صورت زیر استخراج می گردد [۱۰]:

$$H_{ij}(w) = \sum_{k=1}^N \frac{\phi_{ik}\phi_{jk}}{w_k^2 - w + i2\zeta_k w_k w} \quad (6)$$

در رابطه فوق، $H_{ij}(w)$ پاسخ درجه آزادی i تحت اثر بار هارمونیک با دامنه واحدی است که بر درجه آزادی j اعمال می شود. در این تحقیق ζ_k نسبت میرایی مودال سازه برابر با ۰/۰۵ در نظر گرفته شده و ϕ_{jk} و ϕ_{ik} به ترتیب اشکال مودی درجه آزادی i و j مربوط به مود k ام می باشند. قابل ذکر است که تابع $H_{ij}(w)$ را می توان به صورت یک ماتریس بیان نمود که در این صورت ابعاد این ماتریس، برابر تعداد درجات آزادی سازه خواهد بود.

¹ Mode Shapes

² Multiple-degree of freedom

۳. ماتریس هسیان و منحنی تغییرات FRF

مشتق مرتبه دوم تابع پاسخ فرکانس با عنوان ماتریس هسیان FRF تعریف می شود. از آنجا که این پارامتر به تغییرات و اغتشاشات کوچک در متغیرهای اصلی FRF حساسیت نشان می دهد، جهت تشخیص محل خرابی می تواند عملکرد مثبتی داشته باشد. بنابراین می توان جهت بررسی تغییرات FRF ایجاد شده در سازه آسیب دیده نسبت به سازه سالم، از این کمیت بهره گرفت. در این تحقیق برای محاسبه ماتریس هسیان FRF از روش عددی تفاضلات محدود استفاده شده که رابطه آن به صورت زیر می باشد [۷]:

$$H''_{i,j}(w) = \frac{H_{i+1,j}(w) - 2H_{i,j}(w) + H_{i-1,j}(w)}{h^2} \quad (۷)$$

در رابطه فوق، h فاصله بین دو گره متوالی و $H_{i,j}(w)$ پاسخ فرکانسی محاسبه شده در گره i تحت نیروی وارد شده در گره j است که از رابطه (۶) محاسبه می شود.

قدر مطلق اختلاف ماتریس هسیان FRF برای سازه آسیب دیده و سازه سالم در یک محدوده فرکانسی به صورت زیر محاسبه می شود [۷]:

$$\Delta H''_{i,j} = \sum_w \left| \left(H''_{i,j}(w) \right)_{Intact} - \left(H''_{i,j}(w) \right)_{Damaged} \right| \quad (۸)$$

در رابطه فوق، $\left(H''_{i,j}(w) \right)_{Intact}$ و $\left(H''_{i,j}(w) \right)_{Damaged}$ به ترتیب مشتق دوم FRF سازه سالم و سازه آسیب دیده در گره i تحت بار اعمال شده در گره j می باشد. اگر تعداد نقاط اعمال نیرو را افزایش داده و مجموع تغییرات محاسبه شده از رابطه (۸) برای این نقاط محاسبه شود، داریم:

$$S_i = \sum_j \Delta H''_{i,j} \quad (۹)$$

در رابطه فوق، S_i مجموع تغییرات هسیان FRF محاسبه شده در درجه آزادی i تحت بارهای اعمال شده در درجات آزادی j می باشد. با محاسبه S_i برای تمام درجات آزادی i در سازه و رسم این تغییرات با عنوان منحنی تغییرات هسیان FRF، می توان تغییرات ناگهانی FRF سازه سالم و سازه آسیب دیده را بررسی و محل آسیب را شناسایی نمود. برای شناسایی و بررسی آسان تر و دقیق تر می توان از مجذور S_i تحت عنوان SQS_i استفاده نمود:

$$SQS_i = (S_i)^2 = \left(\sum_j \Delta H''_{i,j} \right)^2 \quad (۱۰)$$

۴. مراحل اساسی شناسایی خرابی در سازه ها

مراحل اساسی شناسایی خرابی در سازه ها به روش تابع پاسخ فرکانس با استفاده از ماتریس هسیان به صورت زیر انجام می شود:

گام اول: تحلیل سازه سالم و سازه آسیب دیده و محاسبه پاسخ های دینامیکی سازه شامل اشکال مودی و فرکانس های طبیعی

گام دوم: محاسبه تابع پاسخ فرکانس برای سازه سالم و آسیب دیده در تمام درجات آزادی با استفاده از پاسخ های محاسبه شده از گام قبل

گام سوم: برآورد ماتریس هسیان تابع پاسخ فرکانس با کمک روش عددی تفاضلات محدود

گام چهارم: محاسبه قدر مطلق اختلاف ماتریس هسیان FRF سازه سالم و آسیب دیده با به کارگیری یک محدوده فرکانسی از بار اعمال شده بر سازه

گام پنجم: رسم منحنی های هسیان تابع پاسخ فرکانس برای تمام درجات آزادی سازه و تعیین محل یا محل های خرابی با توجه به نقاط اوج^۱ آن

۵. نتایج عددی

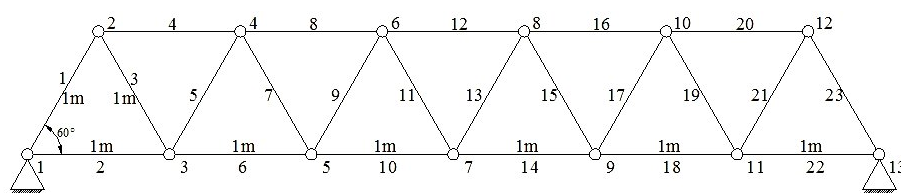
جهت نشان دادن عملکرد روش ارائه شده برای بررسی آسیب در سازه ها، دو مثال از سازه های خرابایی فولادی ارائه می گردد. در این مثال ها مدول الاستیسته و جرم مخصوص فولاد به ترتیب ۲۰۳۸۹۰۱/۹ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع و ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفته شده و برای نسبت میرایی، مقدار ۰/۰۵ فرض شده است. برای تحلیل و محاسبه فرکانس ها و اشکال مودی سازه ها از نرم افزار OpenSees استفاده گردیده و در نهایت

^۱ Peak Points

برای محاسبه تغییرات FRF از کد نویسی در محیط نرم افزار MATLAB و برای رسم نمودار های مورد نیاز جهت عیب یابی این سازه ها، از نرم افزار Excel استفاده شده است.

۵-۱. مثال ۱

شکل ۱ مربوط به خرپای مطرح شده در مرجع [۱۱] بوده که خرابی آن با روش پیشنهادی در این تحقیق بررسی می گردد. این سازه خرابی دارای اعضای به طول ۱ متر و سطح مقطع ۴۰ سانتیمتر مربع می باشد. در این مثال، حالت های مختلف خرابی بر اساس مرجع ذکر شده و مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شده است. با تاثیر این خرابی ها در تحلیل نمونه، پاسخ های مورد نیاز سازه آسیب دیده به دست می آیند. قابل ذکر است که اثر خرابی به صورت کاهش در مدول الاستیته اعضا در نظر گرفته شده است.

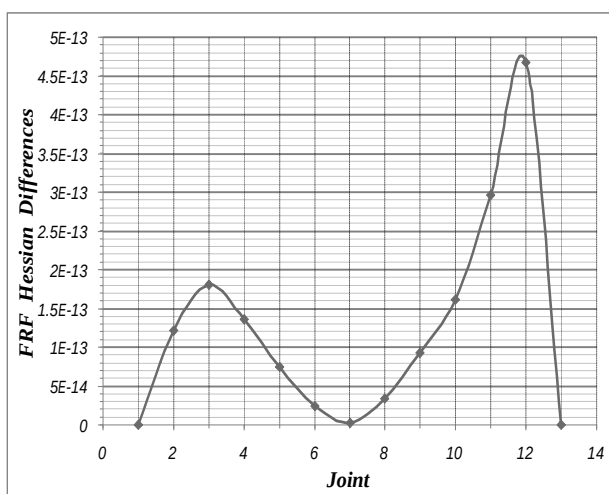


شکل ۱- سازه خرابی مثال ۱

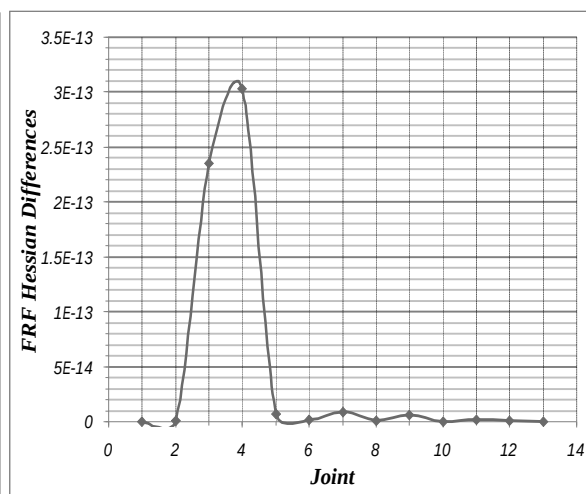
جدول ۱- اطلاعات مربوط به سازه آسیب دیده مثال ۱

حالت خرابی	موقعیت خرابی	مقدار خرابی در عضو	گره های مربوط به عضو خراب
۱	عضو ۵	۳۰ درصد	۳، ۴
۲	عضو ۵ عضو ۲۰	۵۰ درصد ۳۰ درصد	۳، ۴ ۱۲، ۱۰
۳	عضو ۵ عضو ۱۳ عضو ۲۱	۳۰ درصد ۳۰ درصد ۳۰ درصد	۳، ۴ ۸، ۷ ۱۱، ۱۲

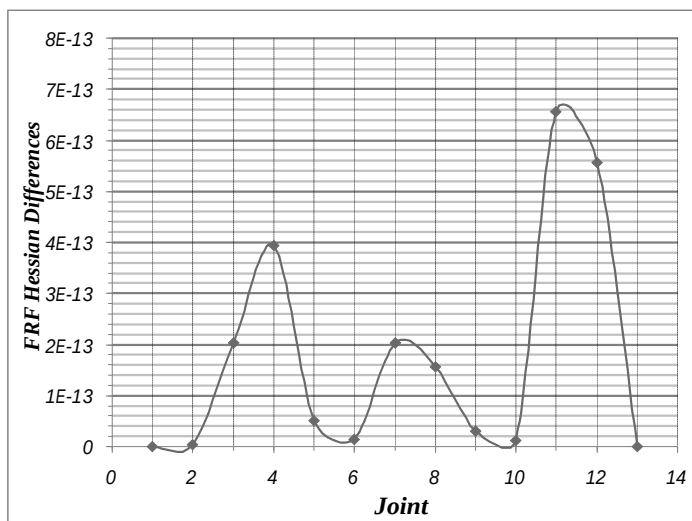
با توجه به اینکه اولین فرکانس طبیعی سازه خرابی برابر ۴۵۹ رادیان بر ثانیه می باشد، $H_{ij}(w)$ در محدوده فرکانسی ۱۰۰ تا ۴۵۰ رادیان بر ثانیه محاسبه می شود. این محدوده فرکانس با توجه به پیشنهاد سمپایو در نظر گرفته شده، زیرا او به این نتیجه رسیده بود که قبل از اولین فرکانس تشدید نتایج FRF عملکرد بهتری دارند [۴]. نمودار تغییرات هسیان FRF برای این خرپا با توجه به پارامتر SQS در شکل های ۲ تا ۴ رسم شده که این تغییرات را در گره های مختلف سازه خرابی نشان می دهد.



شکل ۳- منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابی ۲



شکل ۲- منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابی ۱

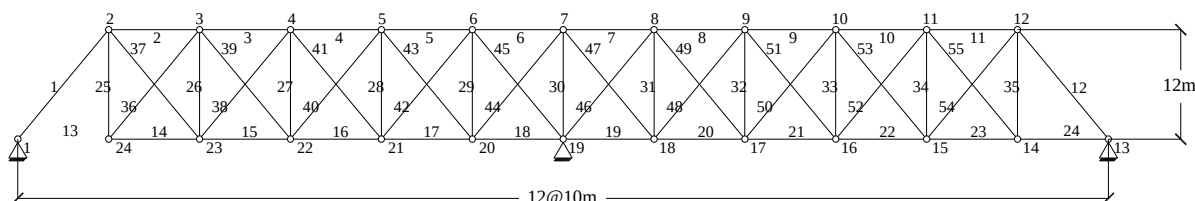


شکل ۴- منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابی ۳

همانطور که در همه نمودار های رسم شده ملاحظه می گردد، گره های مربوط به اعضای خراب دارای نقطه اوج می باشند. به عنوان مثال همانطور که در نمودار شکل ۲ مشاهده می شود برای حالت خرابی ۱، گره های ۳ و ۴ که مربوط به عضو آسیب دیده شماره ۵ می شوند، دارای تغییرات زیادی می باشند. از طرف دیگر در حالت خرابی ۳، با توجه به اینکه ۳ عضو آسیب دیده دارای خرابی یکسان هستند، شکل ۴ نشان می دهد که تغییرات هسیان FRF ایجاد شده در گره های مربوط به این اعضا یکسان نبوده و بنابراین شدت خرابی در این نمودارها قابل بررسی نخواهد بود.

۲-۵. مثال ۲

شکل ۵ مربوط به خرابای مطرح شده در مرجع [۱۲] بوده که خرابی آن با روش پیشنهادی در این تحقیق بررسی می شود. این سازه خرپایی، عرشه پلی دو دهانه با طول ۱۲۰ متر می باشد. این پل دارای ۵۵ عضو و ۲۴ گره است. سطح مقطع اعضای افقی فوقانی و تحتانی به ترتیب ۲۵۰ و ۳۰۰ سانتیمتر مربع و سطح مقطع اعضای عمودی و قطری به ترتیب ۲۰۰ و ۲۲۰ سانتیمتر مربع می باشد. در این مثال نیز حالت های مختلف خرابی بر اساس مرجع ذکر شده و مطابق جدول ۲ در نظر گرفته شده است.

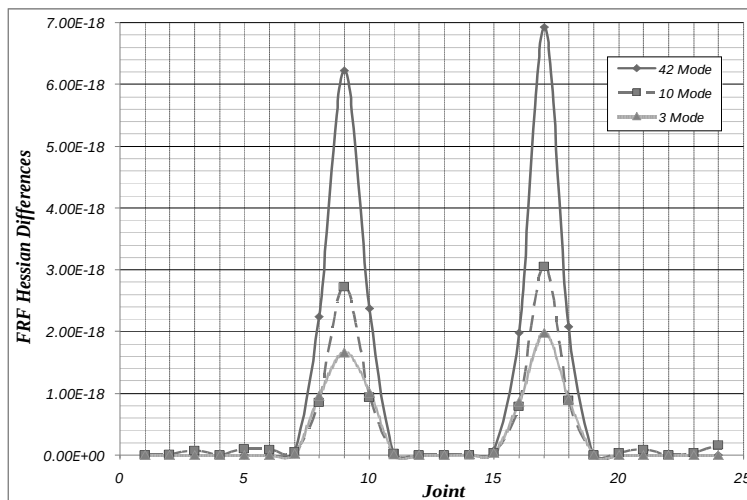


شکل ۵- سازه خرپایی مثال ۲

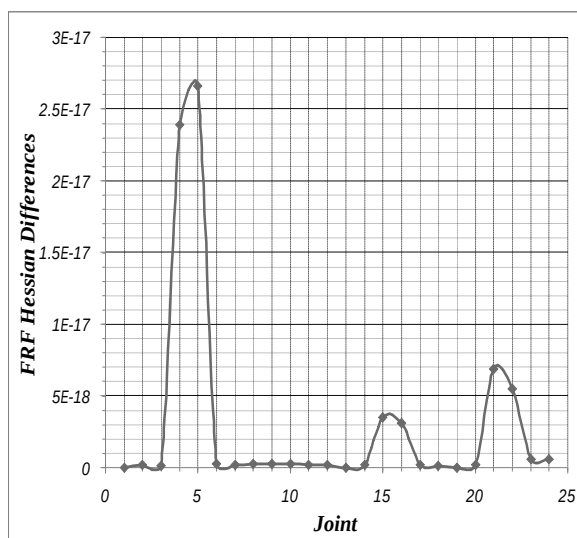
جدول ۲- اطلاعات مربوط به سازه آسیب دیده مثال ۲

حالت خرابی	موقعیت خرابی	مقدار خرابی در عضو	گره های مربوط به عضو خراب
۱	عضو ۳۲	۵۰ درصد	۹ و ۱۷
۲	عضو ۴	۴۰ درصد	۴ و ۵
	عضو ۲۲	۳۰ درصد	۱۵ و ۱۶
۳	عضو ۴	۵۰ درصد	۴ و ۵
	عضو ۲۲	۵۰ درصد	۱۵ و ۱۶
	عضو ۱۶	۵۰ درصد	۲۱ و ۲۲

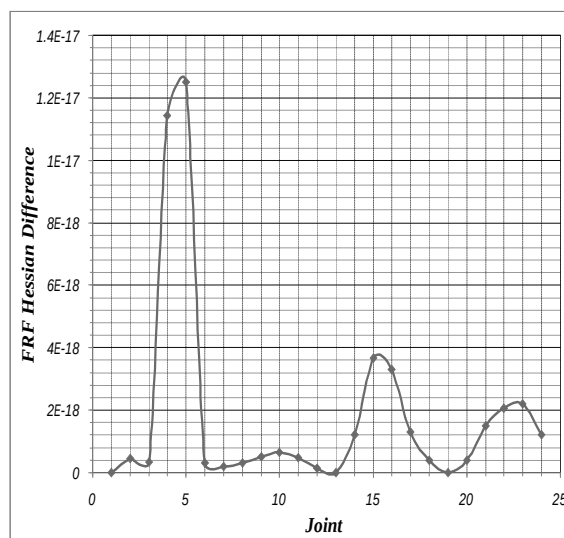
با توجه به اینکه اولین فرکانس طبیعی سازه خرابایی ۴۸ رادیان بر ثانیه محاسبه شده، $H_{ij}(w)$ در محدوده فرکانسی ۵ تا ۴۰ رادیان بر ثانیه محاسبه می گردد. این محدوده فرکانس مانند حالت قبل بر اساس پیشنهاد سمپایو در محدوده فرکانسی قبل از اولین فرکانس تشدید در نظر گرفته شده است [۴]. نمودارهای تغییرات هسیان FRF برای این خرابا نیز مانند حالت قبل بر حسب موقعیت گره‌های خرابا در شکل های ۶ تا ۸ رسم شده اند.



شکل ۶ - منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابایی ۱ با در نظر گرفتن ۳، ۱۰ و ۴۲ مود ارتعاشی



شکل ۸ - منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابایی ۳



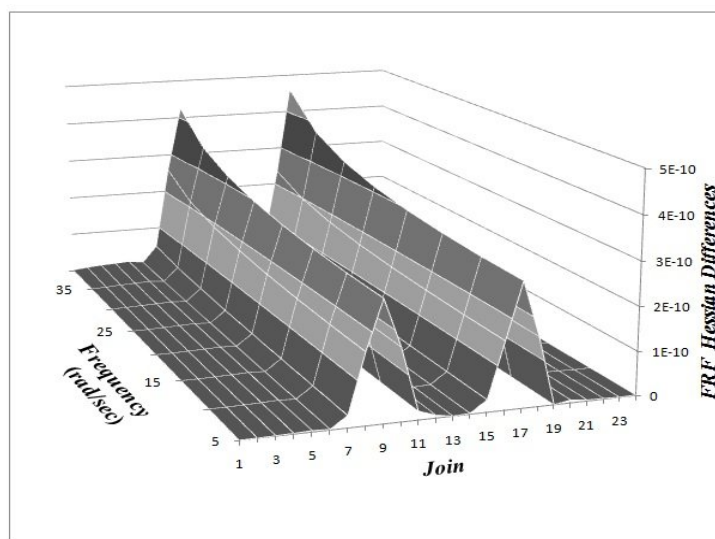
شکل ۲ - منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابایی ۲

با توجه به نمودارهای رسم شده، مشاهده می گردد گره های مربوط به اعضای که خراب بودند دارای نقطه اوج بوده و به این ترتیب محل آسیب مشخص می شود. نمودار شکل ۶ تاثیر در نظر گرفتن تعداد مودهای ارتعاشی سازه در محاسبه تغییرات هسیان FRF را برای حالت خرابایی ۱ نشان می دهد. در این نمودار با در نظر گرفتن ۴۲ مود (کلیه مودهای ارتعاش)، گره های ۹ و ۱۷ دارای نقطه اوج با شدت بیشتری نسبت به حالتی که ۳ و ۱۰ مود در نظر گرفته شده، می باشند. بنابراین با لحاظ کردن تعداد مود بیشتر در محاسبات FRF، مکان گره های مربوط به عضو آسیب دیده، بهتر و با دقت بیشتری شناسایی می شوند. قابل ذکر است که در محاسبات حالت های دیگر خرابی، برای رسیدن به نتایج دقیق از تعداد ۴۲ مود یعنی کل تعداد مودهای ارتعاشی استفاده شده است.

همانند مثال اول، در این مثال نیز برای حالت خرابایی ۳ که اعضای ۴، ۱۶ و ۲۲ دارای خرابی یکسان می باشند، نمودار شکل ۸ نشان می دهد

که گره های مربوط به این اعضا دارای نقطه اوج یکسان نمی باشند. در بعضی حالات خرابی مانند حالت ۲ (شکل ۷) علاوه بر مشخص شدن محل اصلی آسیب، ممکن است مکان های دیگری نیز مانند گره های ۲۱، ۲۲ و ۲۳ در این نمودار، بحرانی تشخیص داده شوند. این نکته نشان می دهد که بعضی گره هایی که با گره های عضو آسیب دیده در ارتباط هستند، در معرض خرابی خواهند بود.

شکل ۹ منحنی تغییرات هسیان FRF را برای حالت خرابی ۱ به طور تفکیک یافته در محدوده فرکانسی ۵ تا ۴۰ رادیان بر ثانیه به صورت یک سطح پیوسته مشخص می کند. این نمودار تاثیر نزدیک شدن فرکانس بار محرک به فرکانس طبیعی سازه را نشان می دهد. همانطور که ملاحظه می شود با نزدیک شدن فرکانس بار به فرکانس طبیعی سازه، نقطه اوج تغییرات در گره های مربوط به عضو آسیب دیده شدت می گیرد.



شکل ۹- سطح منحنی تغییرات هسیان FRF برای حالت خرابی ۱ در بازه فرکانسی ۵ تا ۴۰ رادیان بر ثانیه

۶. نتیجه گیری

نتایج حاصله از مثال های عددی نشان می دهند زمانی که یک سازه دچار آسیب می شود، سختی آن در مکان های آسیب دچار تغییراتی می گردد. به دنبال این تغییرات، پاسخ های دینامیکی نظیر فرکانس های طبیعی و اشکال مودی سازه نیز تغییر کرده و بدین ترتیب دگرگونی هایی در تابع پاسخ فرکانس (FRF) ایجاد می شود. نتایج این تحقیق بیانگر آن است که تابع پاسخ فرکانس، ابزار مناسبی برای بررسی خرابی در سازه ها می باشد. نمودارهای تغییرات هسیان FRF جهت حالت های مختلف خرابی نشان می دهند که این روش قابلیت شناسایی چندین محل مختلف خرابی را نیز دارد. با دقت در حالت هایی که شدت آسیب در اعضا یکسان بوده، نمودارهای رسم شده نشان دادند که تغییرات هسیان FRF برای گره های مربوط به این اعضا یکسان نمی باشد. لذا شدت و نحوه توسعه خرابی با استفاده از ماتریس هسیان FRF به تنهایی قابل بررسی و شناسایی نبوده و بنابراین از این روش می توان فقط برای شناسایی محل خرابی استفاده نمود. البته بایستی خاطر نشان نمود که تعداد مود های ارتعاشی در نظر گرفته شده، در محاسبات FRF نیز تاثیر گذار است. بدین صورت که هرچه اطلاعات تعداد مود های بیشتری در محاسبات وارد شود، نتایج واضح و مطمئن تری قابل حصول می باشد. علاوه بر آن، محدوده فرکانسی بار محرک نیز دارای اهمیت بوده که با توجه به توصیه سمپایو و تحقیقات انجام شده در این مقاله، این محدوده فرکانسی تا قبل از اولین فرکانس تشدید سازه، دارای عملکرد بهتری بوده و شناسایی آسیب در سازه با استفاده از این محدوده فرکانسی نتایج دقیق تری در بر خواهد داشت.

۸. مراجع

1. Cawley, P. and Adams, R.D., (1979), "The Locations of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies," Journal of Strain Analysis, 14 (2), pp 49-57.



2. Yuen, M., (1985), "A Numerical Study of the Eigenparameters of a Damaged Cantilever," Journal of Sound and Vibration, 103 (3), pp 301-310.
3. Ko, J.M., Wong, C.W. and Lam, H.F, (1994), "Damage Detection in Steel Framed Structures by Vibration Measurement Approach." Proc. of the 12th International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, pp 280-286.
4. Sampaio, R.P., Maia, N. M. and Silva, J. M., (1999), "Damage Detection Using the Frequency Response Function Curvature Method," Journal of Sound and Vibration, 226 (5), pp 1029-1042.
5. Pandey, A.K., Biswas, M. and Samman, M.M., (1991), "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes," Journal of Sound and Vibration, 145(2), pp 321-332.
6. Lee, U. and Shin, J., (2002), "A Frequency Response Function-Based Structural Damage Identification Method," Computers & Structures, 80, pp 117-132.
7. Sánchez, J.C., (2005), "*Evaluation of Structural Damage Identification Methods Based on Dynamic Characteristics*," Doctor of Philosophy Thesis, University of Puerto Rico Mayaguez Campus.
8. Chopra, A., (2001), "*Dynamics of Structures*", Prentice-Hall, New Jersey.
9. Craig, R, (1981), "*Structural Dynamics*", John Wiley & Sons.
10. Girard, A., (1990), "*Structural Dynamics in Industry*", John Wiley & Sons.
11. Yang, Q.W., (2009), "A Numerical Technique for Structural Damage Detection," Applied Mathematics and Computation, 215, pp 2775–2780.
12. Sharifi, A., (2004), "A Technique for Structural Damage Identification from either Static or Modal Response," Shiraz University, Shiraz, Iran.